

*Существует достаточно света для тех,
кто хочет видеть,
и достаточно мрака для тех,
кто — не хочет.*

Паскаль

1.10. ГДЕ НУЖНЫ ЛОГАРИФМЫ

Где встречаются логарифмы?

1. Везде, где присутствует (*экспонента*). Если переменная x меняется во времени по закону

$$x(t) = a^t, \quad (1)$$

то в этом контексте естественно спросить: а когда (при каком t) $x(t)$ достигнет уровня¹ x_0 ? — Для ответа на вопрос надо решить уравнение

$$x_0 = a^t, \quad (2)$$

а все такие уравнения решены раз и навсегда:

$$t = \log_a x_0.$$

2. Совсем недавно, — когда компьютеры ещё не помещались в карман, — логарифмы, сводящие трудоёмкое умножение к лёгкому сложению, были мощным орудием вычислений, и их за это возносили до небес. Издавались таблицы логарифмов, выпускались логарифмические линейки, хранящиеся теперь вместе со счётами на музейных полках.



¹Через какое время, например, параметры окружающей среды достигнут критических значений.

3. Логарифмы, оказывается, заложены в каждого из нас на физиологическом уровне. По *закону Вебера – Фехнера* сила ощущения f пропорциональна логарифму интенсивности раздражителя² s . Точнее говоря:

$$f - f_0 = k \lg \frac{s}{s_0}, \quad (3)$$

где s_0 — пороговое значение интенсивности раздражителя, а $f_0 = k \lg s_0$ — пороговое значение силы ощущения.

Понятие ощущения представляется, конечно, несколько размытым. Соответственно, точная формула (3) кажется тенденциозной. Но она верна, что убедительно подтверждается инвариантностью мелодий. Музыкальная мелодия остаётся сама собой, будучи сыгранной быстрее или медленнее, выше или ниже по звукоряду. Что же при этом неизменно? В соответствии с (3) неизменным должно быть отношение частот и длительностей соседних нот. Музыкальная теория это подтверждает.

4. Во многих областях широко используется безразмерная величина *децибел*, применяемая для измерения отношения физических величин. Значение S_{dB} в децибелах величины S определяется как

$$S_{dB} = 10 \lg \frac{S}{S_0}, \quad (4)$$

где S_0 — опорное значение величины. Взаимосвязь (4) с (3) очевидна. На слуху *децибел*, а не *бел*, потому что человек различает громкость, яркость, тяжесть и прочее, — когда интенсивность источников отличается на 1 дВ. Иными словами, децибел является разностным порогом слышимости, видимости, тактильных ощущений и т. п.

²Будь то свет, звук, вкус, запах, вес.